KO'P O'ZGARUVCHILI FUNKSIYA EKSTREMUMI VA IQTISODIY MASALALAR YECHIMI

Maxmasaidova Sayyodxon Ubaydulla qizi
oliy va amaliy matematika
kafedrasining katta o'qituvchisi
Toshkent moliya instituti
E-mail: sayyodxon@bk.ru
ORCID: 0000-0003-2023-7374

Annotatsiya

Mazkur maqola ko'p o'zgaruvchili funksiyaning ekstremumiga bag'ishlangan. Ko'p o'zgaruvchili funksiyaning ekstremumini topishni nazariy va amaliy yo'llari keltirilgan. Mavzu bo'yicha iqtisodiy ma'nolari tushuntirib o'tilgan. Iqtisodiy oliy ta'lim muassasalari talabalari uchun ko'p o'zgaruvchili funksiyaning ekstremumi mavzusini o'qitishda bilishi kerak bo'lgan ma'lumotlar to'g'risida bayon qilingan.

Kalit so'zlar: funksiya, lokal maksimum, lokal minimum, statsionar nuqta, yuqori tartibli xususiy hosila, aralash xususiy hosila, xarajat funksiyasi.

ЭКСТРЕМУМЫ ФУНКЦИЙ МНОГОПЕРЕМЕННЫХ И РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Maxmasaidova Sayyodxon Ubaydulla qizi
старший преподаватель кафедры
высшей и прикладной математики
Ташкентский финансовый интитут
E-mail: sayyodxon@bk.ru
ORCID: 0000-0003-2023-7374

Аннотация

Статья посвящена приминению экстремумов функций многопеременных. Приведены теоритические и практические способы нахождения экстремума функции мнопеременных. Объясняется экономический смысл темы. Описана информация, которую должны знать студенты экономических вузов при преподавании темы экстремума функции многих переменных.

Ключевые слова: Функция, локальный максимум, локальный минимум, стационарная точка, частная производная высшего порядка, смешанная частная производная, функция стоимости.

THE EXTREMA OF FUNCTIONS OF MULTIVARIABLES AND SOLUTION OF ECONOMIC PROBLEMS

Maxmasaidova Sayyodxon Ubaydulla qizi
Senior Teacher of the Department
Higher and applied mathematics
Tashkent Institute of Finance
E-mail: sayyodxon@bk.ru
ORCID: 0000-0003-2023-7374

Abstract

This article is devoted to the extremum of a multivariable function. Theoretical and practical ways of finding the extremum of a multivariable function are presented. The economic meaning of the topic is explained. The information that students of economic institutions of higher education should know when teaching the topic of the extremum of a multivariable function is described.

Keywords: Function, local maximum, local minimum, stationary point, higher order partial derivative, mixed partial derivative, cost function.

Kirish

Ta’lim tizimini isloh qilishning zarurligini tushunib yetish amaliyotda ta’lim muassasalarini innovatsion jarayonlarga qo‘shilishini taqozo etmoqda va eng muhimi aniq yangiliklarni o‘zlashtirishdan iborat.

O’zbekiston Respublikasi Prezidenti Sh.M.Mirziyoyev 2023 yil davlatimiz rivojlanishning asosiy 6 yo‘nalishini belgilab berdi. Ijtimoiy davlat – bu inson salohiyatini ro‘yobga chiqarish uchun imkoniyatlar, aholi munosib hayot kechirishi uchun zarur sharoitlar yaratish, kambag‘allikni qisqartirish demakdir. Shu bois e’tiborni Yangi O‘zbekiston uchun eng katta investitsiya bo‘lgan ta’limni qo‘llab-quvvatlashga qaratish lozim. Ma’rifatparvar jadidchi bobolarimizning bu so‘zlari deputat va senatorlarimiz, siyosiy partiyalar, mahalliy kengashlar, butun davlat organlari va keng jamoatchilikning amaliy harakatiga aylanishi kerak. Maktablarda ta’lim sifati hamda jamiyatda o‘qituvchi kasbining nufuzini oshirish, muallimlarning sharoitlarini yaxshilash 2023 yildagi eng asosiy vazifalardan biri ekanligini ta’kidladi [1].

Shunday ekan, har bir o'tilayotgan mavzuni talabalar tomonidan o'zlashtirilishi amaliy ahamiyatga ega ekanligini oliy ta'lim jarayonida yaqqol ko'rinib turibdi. Oliy o'quv yurtlarining iqtisodiy yo'nalishlarida o'qitiladigan iqtisodchilar uchun matematika fani, xususan, ko'p o'zgaruvchili funksiya ekstremumi mavzusi talabalar uchun amaliy mazmundagi masalalarni yechishda va kelajakda o'z faoliyati sohasida iqtisodiy masalalarni hal qilishda katta ahamiyatga ega [5].

Adabiyotlar sharhi

Iqtisodiy nazariya va amaliyotda funksiya keng qo'llaniladi. Iqtisodiyotda uchraydigan funksiyalar turlari rang barangdir, chiziqli funksiyadan tortib maxsus funksiya, deb nomlanuvchilari qo'llaniladi. Elementar funksiyalarning deyarli barchasi iqtisodiyotda qo'llaniladi. Iqtisodiyotda tez-tez uchraydigan va o'zining iqtisodiy nomiga ega bo'lgan funksiyalar qatoriga quyidagilarni kiritish mumkin:

1. Foydalilik funksiyasi. Bu funksiya foydalilikni ma'lum bir omillar ta'siriga bog'liqligini aniqlaydi.

2. Ishlab chiqarish funksiyasi. Bu funksiya ishlab chiqarish faoliyati natijasini, aniqlovchi omillarga bog'liqligini aniqlaydi.

3. Mahsulot hajmi funksiyasi. Bu funksiya ishlab chiqarishda mahsulot hajmi hom ashyo zaxirasi va iste'molchiga bog'liqligini aniqlaydi.

4. Sarf-xarajat funksiyasi. Bu funksiya ishlab chiqarishda sarf-xarajatlar mahsulot hajmi bilan bog'liqligini aniqlaydi.

5. Talab, iste'mol va taklif funksiyalari. Bu funksiyalar mahsulotga bo'lgan talab, iste'mol va taklif hajmlarining turli omillarga (masalan, narx-navo, daromad va boshqa) bog'liqligini aniqlaydi.

Muhim bo'lgan foydalilik funksiyalaridan biri CES (constant elasticity of substituion) funksiya deb ataladi. Bu funksiya alternativ tovarlarning o'zgarmas elastiklikka egaligini bildiradi. Ikki o'zgaruvchili holda bu funksiya quyidagicha:

$$U(x_1, x_2) = \left(\alpha x_1^{1/\rho} + \beta x_2^{1/\rho}\right)^{\rho}.$$

Funksiyaning xususiy holatlarini ko'rib chiqamiz.

1) $\rho = 1$ da chiziqli foydalilik funksiyasi hosil bo'ladi

$$u(x_1, x_2) = \alpha x_1 + \beta x_2.$$

2) $\rho \to -\infty$ da Leontev funksiyasi, deb ataluvchi foydalilik funksiyasi hosil bo'ladi

$$u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}.$$

3) Agar $\alpha + \beta = 1$ bo'lsa, $\rho \to 0$ da Kobb-Duglas funksiyasi hosil bo'ladi

$$u(x_1,x_2)=x_1^{\alpha}x_2^{\beta}.$$

Bu funksiyalarni n ta o‘zgaruvchi holatiga ham umumlashtirishimiz mumkin.

Ma’lum iqtisodiy jarayonlar ko‘p omillar ta’siri natijasida yuzaga kelgani uchun shakllangan funksiyalar ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar bo‘ladi [2].

$y=f(M)$ funksiya M_0 nuqtaning $U_r(M_0)\subset D(f)-$atrofida aniqlangan bo‘lsin.

1-ta’rif. Agar M_0 nuqtaning shunday $U_r(M_0)$ atrofi mavjud bo‘lsa, barcha $M\in U_r(M_0)$ nuqtalar uchun $f(M_0)<f(M)$ $\left(f(M_0)>f(M)\right)$ tengsizlik bajarilsa, M_0 nuqta lokal minimum (maksimum) nuqta deyiladi.

2-ta’rif. Funksiyaning lokal maksimum va minimum nuqtalari funksiyaning lokal ekstremum nuqtalari deb ataladi.

Funksiyaning ekstremum nuqtalarini aniqlash uchun yo‘nalish bo‘yicha hosila va gradiyent tushunchasini kiritamiz.

$u=f(x,y,z)$ funksiya $M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqta atrofida anuqlangan va $\vec{l}\neq 0$ vektor berilgan bo‘lsin. Bu yerda $\vec{l}$ vektor yo‘nalishida $\vec{l}_0=\dfrac{\vec{l}}{|\vec{l}|}=(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma)$, $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$ birlik vektorni aniqlaymiz.

$M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqtadan $\vec{l}$ vektor yo‘nalishi bo‘ylab nur o‘tкazamiz va uning tenglamasini parametrik tenglama ko‘rinishida yozamiz:

$$x=x_0+t\cos\alpha,\ \ y=y_0+t\cos\beta,\ \ z=z_0+t\cos\gamma,\ t\geq 0. \qquad (1)$$

Bu yerda $t=\rho\left(M(x,y,z),M_0(x_0,y_0z_0)\right)$, chunki

$$\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}=t\sqrt{\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma}=t.$$

(1) nurda $f(x,y,z)=f(x_0+t\cos\alpha,y_0+t\cos\beta,z_0+t\cos\gamma)$ funksiyani qaraymiz. U holda $M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqtada $\vec{l}$ yo‘nalish bo‘yicha hosila $\dfrac{\partial f}{\partial l}$ quyidagicha aniqlanadi:

$$\frac{\partial f(M_0)}{\partial l}=\lim_{t\to 0}\frac{f(M)-f(M_0)}{t}=\frac{d}{dt}f(x_0+t\cos\alpha,y_0+t\cos\beta,z_0+t\cos\gamma)\Big|_{t=0}.$$

Shunday qilib yo'nalish bo'yicha hosila $\frac{\partial f}{\partial l}$ faqat M_0 nuqta va $\vec{l}$ vektor yo'nalishi bilan aniqlanib, koordinatalar sistemasining tanlanishiga bog'liq emas. $\frac{\partial f}{\partial l}$ hosilani murakkab funksiya hosilasi formulasi yordamida hisoblasak:

$$\frac{\partial f(M_0)}{\partial l}=\frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dt}+\frac{\partial f}{\partial z}\frac{dz}{dt}=\frac{\partial f(M_0)}{\partial x}\cos\alpha+\frac{\partial f(M_0)}{\partial y}\cos\beta+\frac{\partial f(M_0)}{\partial z}\cos\gamma.$$

Bu yerda $\left\{\frac{\partial f(M_0)}{\partial x},\frac{\partial f(M_0)}{\partial y},\frac{\partial f(M_0)}{\partial z}\right\}=\nabla f(M_0)$ f funksiyaning M_0 nuqtadagi gradiyenti, deb ataladi va $gradf(M_0)$ yoki $\nabla f(M_0)$ (∇f −nabla ef) ko'rinishda belgilanadi.

Demak, birlik vektor: $\vec{l}_0=(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma)$, $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$; M_0 nuqtada $f(x,y,z)$ funksiyaning gradiyenti esa $\left\{\frac{\partial f(M_0)}{\partial x},\frac{\partial f(M_0)}{\partial y},\frac{\partial f(M_0)}{\partial z}\right\}=\nabla f(M_0)$ ko'rinishda aniqlanadi. U holda

$$\frac{\partial f(M_0)}{\partial l}=\frac{\partial f(M_0)}{\partial x}\cos\alpha+\frac{\partial f(M_0)}{\partial y}\cos\beta+\frac{\partial f(M_0)}{\partial z}\cos\gamma=.$$
$$=|\nabla f||\vec{l}_0|\cos\varphi=|\nabla f|\cos\varphi \qquad (2)$$

Bundan ko'rinib turibdiki, agar $\Delta f\neq 0$ bo'lsa, u holda M_0 nuqtadagi yo'nalish bo'yicha hosila $\frac{\partial f}{\partial l}$ o'zining eng katta qiymatiga faqat ∇f ning yo'nalishida erishadi, ya'ni $\varphi=0$ bo'lganda. Bu yerda $\varphi-\nabla f$ va $\vec{l}_0$ vektorlar orasidagi burchak.

Gradiyent tushunchasidan foydalanib, ekstremumning zaruriy shartini aniqlaymiz.

3-ta'rif. Agar $M_0\in R^n$ nuqtada $f(M)$ funksiyaning gradiyenti nol vektor, ya'ni $grad\, f(M_0)=0$ bo'lsa, u holda $M_0\in R^n$ nuqta $f(M)$ funksiyaning statsionar nuqtasi deyiladi.

$M(a,b)$ nuqta atrofida uzluksiz xususiy hosilalarga ega bo'lgan $z=f(x,y)$ funksiya berilgan bo'lsin. Bu nuqtada quyidagi orttirmani qaraymiz:

$$f(a+h,b+k)-f(a,b).$$

Quyidagi belgilash kiritiladi:

$$\varphi(t)=f(a+ht,b+kt).$$

Bu yerda $\varphi(0)=f(a,b), \varphi(1)=f(a+h,b+k)$. $\varphi(t)$ funksiyaga $[0;1]$ Lagranj o‘rta qiymat teoremasini: $f(a)-f(b)=(b-a)f'(\xi), \xi\in(a;b)$ qo‘llaymiz:

$$\varphi(1)-\varphi(0)=(1-0)\varphi'(\xi),\ \xi\in(0;1). \quad (3)$$

Bu yerda:

$$\varphi'(t)=hf_x'(a+ht,b+kt)+kf_y'(a+ht,b+kt). \quad (4)$$

(3) tenglikni (4) dan foydalanib quyidagicha yozib olamiz:

$$f(a+h,b+k)-f(a,b)=hf_x'(a+h\xi,b+k\xi)+kf_y'(a+h\xi,b+k\xi). \quad (5)$$

Bu tenglik ikki o‘zgaruvchili funksiya uchun Lagranj funksiyasi deb ataladi.

Lagranj o‘rta qiymat teoremasining umumlashmasi Teylor o‘rta qiymat teoremasi yoki kengaytirilgan o‘rta qiymat teoremasi ko‘p holarda Teylor formulasi deb atalib, quyidagi ko‘rinishga ega:

$$f(b)=f(a)+\frac{b-a}{1!}f'(a)+\frac{(b-a)^2}{2!}f''(a)+\ldots+\frac{(b-a)^n}{n!}f^{(n)}(\xi),\ \xi\in(a,b). \quad (6)$$

(5) formulani $f(x,y)$ uchun keltirib chiqaramiz. Buning uchun $\varphi(t)=f(a+ht,b+kt)$ funksiyani $[0;1]$ kesmada Teylor formulasini 2 – tartibli hadi bilan yozib olamiz:

$$\varphi(1)=\varphi(0)+\frac{1-0}{1!}\varphi'(0)+\frac{(1-0)^2}{2!}\varphi''(\xi),\ \xi\in(a,b). \quad (7)$$

(4) formulani differensiallab quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\varphi''(t)=h^2f_{xx}''(a+ht,b+kt)+2hkf_{xy}''(a+ht,b+kt)+k^2f_{yy}''(a+ht,b+kt).$$

(4) ga asosan $\varphi'(0)=hf_x'(a,b)+kf_y'(a,b)$ bo‘lgani uchun (7) quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$f(a+h,b+k)=f(a,b)+[hf_x'(a,b)+kf_y'(a,b)]+$$

$$+\frac{1}{2!}[h^2f_{xx}''(a+\xi t,b+\xi t)+2hkf_{xy}''(a+\xi t,b+\xi t)+k^2f_{yy}''(a+\xi t,b+\xi t)],\ \xi\in(0;1)$$

.

ISSN: 2181-3965
VOLUME 3

Bu formula ikki o‘zgaruvchili funksiya uchun Teylor o‘rta qiymat teoremasi deb ataladi.

Bu ikkita o‘rta qiymat teoremasini uch va undan ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar uchun ham qo‘llash mumkin.

Ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalarning M_0 ekstremum nuqtasini topishni ikki o‘zgaruvchili $z = f(x,y)$ funksiya misolida ko‘rib chqamiz. $M_0(a,b)$ nuqta atrofida $f(x,y)$ uchun Teylor formulasini yozamiz:

$$\begin{aligned} &f(a+h,b+k) = f(a,b) + [hf_x'(a,b) + kf_y'(a,b)] + \\ &+\frac{1}{2!}[h^2 f_{xx}''(x,y) + 2hkf_{xy}''(x,y) + k^2 f_{yy}''(x,y)] \end{aligned} \quad . \qquad (8)$$

Bu yerda $f_x = f_y = 0$ bo‘lgani uchun (8) formulani quyidagicha yozish mumkin:

$$f(a+h,b+k) - f(a,b) = \frac{1}{2!}[h^2 f_{xx}''(x,y) + 2hkf_{xy}''(x,y) + k^2 f_{yy}''(x,y)].$$

Quyidagi belgilashlar kiritamiz:

$$\frac{\partial^2 f(M_0)}{\partial x_1^2} = A, \qquad \frac{\partial^2 f(M_0)}{\partial x_1 \partial x_2} = B, \quad \frac{\partial^2 f(M_0)}{\partial x_2^2} = C, \ -\Delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix}$$

bo‘lsin. U holda:

1) agar $\Delta = B^2 - AC < 0$ bo‘lsa, M_0 statsionar nuqta funksiyaning lokal ekstremum nuqtasi bo‘lib: a) $A < 0$ bo‘lsa, M_0 statsionar nuqta maksimum nuqta; b) $A > 0$ bo‘lsa, M_0 statsionar nuqta minimum nuqta bo‘ladi.

2) agar $B^2 - AC > 0$ bo‘lsa, u holda M_0 statsionar nuqta ekstremum nuqta bo‘lmaydi;

3) agar $B^2 - AC = 0$ bo‘lsa, u holda nuqtaning ekstremum nuqtasi bo‘lishi ham, bo‘lmasligi ham mumkin. Bu holda qo‘shimcha tekshirish talab etiladi.

Endi ko‘p o‘zgaruvchil funksiya uchun ekstremumni topish masalasini ko‘rib chiqamiz. X^0 nuqta $f(X)$funksiyaning statsionar nuqtasi bo‘lsin.[2]

X^0 statsionar nuqta lokal ekstremal nuqta bo‘lishi uchun shu nuqtada quyidagi

$$H[X^0]=\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(X^0)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f(X^0)}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(X^0)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f(X^0)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(X^0)}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(X^0)}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 f(X^0)}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(X^0)}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(X^0)}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}$$

matritsaning (Gesse matritsasi) ishorasi aniqlangan bo‘lishi yetarli.

Agar $H\left[X^0\right]$ musbat aniqlangan bo‘lsa, u holda X^0 nuqta minimum nuqta; Agar $H\left[X^0\right]$ manfiy aniqlangan bo‘lsa, u holda X^0 nuqta maksimum nuqta bo‘ladi.[3]

Ishorasi aniqlangan matritsalar haqidagi ba’zi tushunchalarni keltirib o‘tamiz. $n\times n$ tartibli kvadrat $A=(a_{ij})$ simmetrik matritsa berilgan bo‘lsin.

$A=(a_{ij})$ matritsaning yuqori chap burchagidan boshlab hosil qilingan quyidagi $1,\ 2,\ \dots,\ n-$tartibli minorlar, ya’ni

$$a_{11},\quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix},\quad \dots,\quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

minorlar matritsaning bosh minorlari deyiladi.

$A=(a_{ij})$ matritsaning ketma-ket joylashgan bosh minorlari qat’iy musbat sonlar ketma-ketligini tashkil qilganda va faqat shundagina, bu matritsa musbat aniqlangan bo‘ladi.

Agar $A=(a_{ij})$ matritsaning toq nomerda joylashgan bosh minorlariga mos son manfiy juft nomerda joylashgan bosh minorlariga mos son musbat bo‘lsa, u holda $A=(a_{ij})$ matritsa manfiy aniqlangan bo‘ladi.

$y=f(X)$ funksiya chegaralangan, yopiq V to‘plamda aniqlangan va uzluksiz bo‘lsin. Funksiya to‘plamining har bir nuqtasida, uning ba’zi nuqtalaridan tashqari, xususiy hosilalarga ega bo‘lsin. Ushbu holda V to‘plamga tegishli shunday X^0 nuqta topiladiki, bu nuqtada $f(X)$ funksiya o‘zining eng katta (eng

ISSN: 2181-3965
VOLUME 3

kichik) qiymatiga erishadi. Funksiya V to‘plamda o‘zining eng katta (eng kichik) qiymatiga nafaqat ichki X^0 statsionar nuqtada, balki xususiy hosilalaridan biri mavjud bo‘lmagan nuqtada, shu bilan birga V to‘plamning chegarasida ham erishishi mumkin.

Yuqoridagilarni e’tiborga olib, $f(X)$ funksiyaning berilgan V to‘plamda eng katta va eng kichik qiymatini topish jarayonini quyidagi ketma-ketlikda amalga oshirish mumkin:

a) V to‘plamning $f(X)$ funksiya xususiy hosilalari mavjud bo‘lmagan nuqtalari aniqlanadi;

b) $f(X)$ funksiyaning V to‘plamga tegishli barcha statsionar nuqtalari topiladi;

c) barcha aniqlangan nuqtalarga va V to‘plam chegarasida $f(X)$ funksiya qiymatlari hisoblanadi va o‘zaro solishtiriladi. Ulardan eng kattasi (eng kichigi) $f(X)$ funksiyaning V to‘plamda erishadigan eng katta (eng kichik) qiymati hisoblanadi.

Tahlil va natijalar

Iqtisodiy jarayonlarni tahlil qilishda “foydalilik funksiyasi” tushunchasidan keng foydalaniladi. Bu funksiya iste’molchining biror bir tovarlar vektorini boshqa tovarlar vektoridan afzal ko‘rishini ifodalaydi. Foydalilik funksiyasi umuman olganda yagona aniqlanmaydi. Foydalilik funksiyasi yordamida Kobb-Duglas foydalilik funksiyasini hosil qilish mumkin. Kobb-Duglas funksiyasidan ishlab chiqarish funksiyasi sifatida ham foydalaniladi.

$$Q(L,K) = A \cdot L^{\alpha} K^{\beta}$$

ishlab chiqarish funksiyasida Q – ishlab chiqarilgan mahsulot miqdorini, L – mehnat resurslariga sarf xarajatni, K – ishlab chiqarishga sarflangan kapitalni, A –texnologik koeffitsiyentni, α va β elastiklik koeffitsiyenlarini ifodalaydi. $Q = L^{0,73} K^{0,27}$ ifodada umumiy ishlab chiqarilgan mahsulot miqdorida mehnat resurslari ulushi 73%, kapital mablag‘lar ulushi 27% ni tashkil qilishini bildiradi.[3]

Foydalilik funksiyasi yordamida bitta sodda iqtisodiy modelni ko’rib chiqamiz. Faraz qilaylik, iste’molchining jami mablag‘i (byudjeti) S ga teng bo‘lsin. U bu mablag‘ni bir birligi narxi $p_1, p_2, ..., p_n$ bo‘lgan n xil tovar uchun sarflashi mumkin. Bu jarayondagi $U(x_1, x_2, ..., x_n)$ foydalilik funksiyasi berilgan bo‘lsin. Eng afzal tovarlar vektorini topish masalasini ko’rib chiqamiz.

Tovarlar vektori X bo‘lsin. Narxlar vektorini P kabi aniqlaymiz. Bu masalada quyidagi cheklovlar mavjud.

1) Har bir turdagi sotib olingan tovarlar miqdori nomanfiy, ya’ni $X \geq 0$.

2) Iste’molchi byudjeti cheklangan $(P, X) = p_1 x_1 + ...p_n x_n \leq S$.

Bu cheklovlar byudjet to‘plami $B(P,S)$ ni aniqlaydi. Demak, bizdan $B(P,S)$ byudjet to‘plamida $U(X)$ foydalilik funksiyasini maksimallashtirish talab qilinadi.

Ma’lumki, ikki tovar qaralgan holatda $B(P,S)$ byudjet to‘plami 1-chorakda joylashgan katetlari koordinata o‘qlarida yotuvchi to‘g‘ri burchakli uchburchakdan, uch tovar holatida uchburchakli piramidadan iborat bo‘ladi.

1-misol. $z = 4x^3 - xy^2 - 5y$ ishlab chiqarish funksiyasi bo’lib, bunda x mehnat kuchiga xarajatlar, y mehnatiga (investitsiya) xarajatlari. $x = 1$ va $y = 2$ da funksiya xususiy elastikligini hisoblang.

Yechish. $\frac{\partial z}{\partial x} = (4x^3 - xy^2 + 5y)'_x = 12x^2 - y^2$, $\frac{\partial z}{\partial н} = (4x^3 - xy^2 + 5y)'_y = -2xy + 5$.

$$E_x = \frac{x}{z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x}{4x^3 - xy^2 + 5y} \cdot (12x^2 - y^2),$$

$$E_y = \frac{y}{z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y}{4x^3 - xy^2 + 5y} \cdot (5 - 2xy).$$

$$E_x(1;2) = \frac{1}{4-4+10}(12-4) = \frac{8}{10} = 0{,}8,$$

$E_y(1;2) = \frac{2}{4-4+10}(5-4) = \frac{2}{10} = 0{,}2$. Demak, mehnat kuchiga xarajat 1 % ga ortsa, ishlab chiqarish hajmi 0,8 % ga, mehnatga (investitsiya) xarajatlar 1 % ga ortsa, ishlab chiqarish hajmi 0,2 % ga ortadi [4].

2-misol. Korxonada ikki xil tovar ishlab chiqariladi, ularning hajmi x va y bo’lsin. $p_1 = 9$ va $p_2 = 12$ mos ravishda bu tovarlarning birlik miqdordagi narxi, C-xarajat funksiyasi, $C = x^2 + xy + y^2$ ko’rinishda bo’lsa, lokal maksimumini toping.

Yechish. $x_1 = x$, $x_2 = y$ da foyda ikki o’zgaruvchining funksiyasi bo’ladi.

$$\Pi(x, y) = 9x + 12y - x^2 - xy - y^2$$

Lokal ekstremum sharti chiziqli algebraic tenglamalar sistemasiga olib keladi:

$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$$

Buning yechimi (2, 5) nuqtadan iborat. Modomiki $a_{11} = -2 < 0$, $\Delta = a_{11}a_{22} - a_{12}^2 = 3 > 0$, u holda topilgan nuqta qo'shimcha qiymat funksiyasining lokal maksimumini aniqlaydi va $\Pi_{max} = 39$ [6].

Xulosa

Iqtisodiy oliy ta'lim muassasalarida Iqtisodchilar uchun matematika fani ham ijtimoiy amaliyot sohasi kabi rivojlanishning umumiy tendetsiyalari va qonuniyatlariga binoan o'zgaradi. Shuning uchun kasbiy-pedagogik ta'lim chet el tajribalarini o'rganish, uni ilmiy tushunish, ilg'or g'oyalardan milliy ta'lim amaliyotida foydalanish ayniqsa dolzarb hisoblanadi. Hozirgi zamonaviy pedogogik texnologiyalar asosida iqtisodchilar uchun matematika fani doirasida mavzularni amaliyotga bog'liq holda darslarni tashkil etish, darsda amaliy mazmundagi masalalar bilan tushuntirish talabaning o'zlashtirish darajasini ancha oshiradi hamda ta'lim sifati va samaradorligini yanada yaxshilaydi. Bu esa, o'z navbatida, fanni chuqur o'zlashtirgan talabalar raqobatbardosh mutaxassis bo'lib shakllanishiga samarali ta'sir ko'rsatadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. O'zbekiston Prezidenti Sh.Mirziyoev 2022 yil. 22 dekabr Murojaatnomasidagi nutqi. https://review.uz/uz/post/ozbekiston-respublikasi-prezidenti-shavkat-mirziyoyevning-2023-yil-uchun-murojaatnomasi-toliq-matn.

2. Xashimov A.R., Xujaniyazova G.S. Iqtisodchilar uchun matematika: o'quv qo'llanma. – T.: Iqtisod-moliya, 2017. – 386 b.

3. M.Hoy, J.Livernois et.al. Mathematics for Economics. The MIT Press. London&Cambridge. 2011

4. Sharahmetov Sh., Naimjonov A. Iqtisodchilar uchun matematika: darslik. – T.: Fan va texnologiya, 2007. – 304 b.

5. Maxmasaidova S. Funksiya hosilasining iqtisodiy tatbiqlari. // Ilmiy tadqiqot va innovatsiya. – 2023. №1.

6. Maxmasaidova S., Ko'p o'zgaruvchili funksiya ekstremumi. "Yangi O'zbekiston: Innovatsiya, fan va ta'lim" mavzusidagi respublika 52-ko'p tarmoqli ilmiy masofaviy onlayn konferensiya materiallari to'plami, 31 may 2023 yil. – Toshkent: Tadqiqot, 2023. – 15 b.